

14

4/12/17

This question paper contains 5 printed pages.

Your Roll No.

HC

Sl. No. of Ques. Paper: 2596

Unique Paper Code : 12271101

Name of Paper : Introductory Microeconomics

Name of Course : B.A. (Hons.) CBCS

Semester : I

Duration : 3 hours

Maximum Marks : 75



(Write your Roll No. on the top immediately
on receipt of this question paper.)

(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिये गये निर्धारित
स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिये।)

NOTE:— Answers may be written in Hindi or in English;
but the same medium should be used throughout
the paper.

टिप्पणी:— इस प्रश्नपत्र का उत्तर हिन्दी या अंग्रेज़ी किसी एक
भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही
होना चाहिए।

Question No. 1 is compulsory.

Attempt any four questions out of Q. Nos. 2 to 7.

प्रश्न सं० 1 अनिवार्य है।

प्रश्न 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

P. T. O.

I Attempt any five parts

(5x3)

- As a tax grows larger its deadweight loss grows larger too. Is this a positive or a normative statement? Explain.
 - When Neha and Malini go shopping, Neha always buys apples for Rs. 500, while Malini always buys 4kg apples. What is the price elasticity of demand of Neha and Malini and Why?
 - Ashok derives equal marginal utility from consuming ice-cream and apples. Is he necessarily maximizing his utility if he consumes only these two goods.
 - At the current level of output a firm's average variable cost, $AVC = 100$, average fixed cost, $AFC=20$ and marginal cost $MC=110$. Is the firm operating at its efficient scale? Explain why or why not.
 - A perfectly price discriminating monopolist is maximizing his profits. Show consumer surplus and producer surplus in this market.
 - Why is the demand for factors such as labor a derived demand? Explain.
- जब कर बढ़ता जाता है तो इसके द्वारा उत्पन्न डेडवेट हानि भी बढ़ जाती है। क्या यह एक सकारात्मक कथन है या निर्देशात्मक? व्याख्या कीजिए।
 - जब नेहा और मालिनी खरीददारी के लिए जाते हैं तो नेहा हमेशा 500 रुपये के सेब खरीदती है जबकि मालिनी हमेशा 4 किलो सेब खरीदती है। नेहा और मालिनी की मांग की कीमत लोच क्या है तथा क्यों?
 - अशोक को आइसक्रीम तथा सेब के उपभोग से एक समान सीमांत उपयोगिता प्राप्त होती है। यदि वह केवल इन दोनों वस्तुओं का ही उपभोग कर रहा है तो क्या यह जरूरी है कि उसका व्यय बेहतर है।
 - उत्पादन के वर्तमान स्तर पर एक फर्म की परिवर्तनशील औसत लागत $AVC = 100$, स्थिर औसत लागत $AFC=20$ तथा सीमांत लागत $MC=110$ है। क्या फर्म कुशल स्तर पर उत्पादन कर रही है? क्यों या क्यों नहीं?
 - पूर्ण कीमत भेद करने वाली एकाधिकारी फर्म अपना लाभ अधिकतम करती है। इस बाजार में उपभोक्ता तथा उत्पादक आधिव्य दर्शाइए।
 - साधनों जैसे श्रम की मांग व्युत्पन्न मांग क्यों होती है? व्याख्या कीजिए।

2

- Explain how a production possibility frontier highlights the ideas of scarcity, trade-offs and efficiency. (6)
 - It was observed that when the price of apples rose more apples were traded. Explain using relevant diagrams whether this could be the effect of shift of the demand curve, the supply curve or both. (5)
 - Explain using examples why demand for some products is likely to be more elastic in the long-run than in the short run. (4)
- व्याख्या कीजिए कि किस प्रकार एक उत्पादन संभावना वक्र अपर्याप्तता, ट्रेड-ऑफ तथा कुशलता के विचार को दर्शाता है।
 - यह पाया गया कि जब सेब की कीमत बढ़ी तो ज्यादा सेब का व्यापार हुआ। संबंधित चित्रों की मदद से व्याख्या कीजिए कि यह मांग वक्र, पूर्ति वक्र या दोनों के स्थितिकने से हुआ होगा।
 - उदाहरणों की मदद से व्याख्या कीजिए कि क्यों कुछ उत्पादनों की मांग दीर्घकाल में अल्पकाल की अपेक्षा अधिक लोच पूर्ण होने की संभावना है।

3

- Given the following demand and supply curves

$$Q_d = 500 - 5P \quad (\text{Where } Q_d \text{ is the quantity demanded and } P \text{ is the price})$$

$$Q_s = 5P - 100 \quad (\text{Where } Q_s \text{ is the quantity supplied})$$

A tax of Rs 10 per unit bought is imposed on buyers. Find the change in the (a) price paid by the buyer (b) price received by the seller and (c) quantity traded. (6)

- Explain how the invisible hand of the marketplace leads buyers and sellers to allocate resources efficiently. (4)
- Suppose that the government imposes a binding price floor in the wheat market. What would be the effect of this policy on the quantity of wheat bought and sold? Would the total revenue of the farmers increase or decrease? Explain. (5)

- निम्न मांग एवं पूर्ति वक्र दिये गए हैं:

$$Q_d = 500 - 5P \quad (\text{यहां } Q_d \text{ मांग की मात्रा तथा } P \text{ कीमत है})$$

$$Q_s = 5P - 100 \quad (\text{यहां } Q_s \text{ पूर्ति की मात्रा है})$$

खरीददार पर 10 रुपये प्रति इकाई कर लगा दिया जाता है तो इनमें होने वाले परिवर्तन को बताइए (a) खरीददार द्वारा चुकाई गई कीमत (b) विक्रेता द्वारा पाई गई कीमत तथा (c) बेची गई मात्रा

- व्याख्या कीजिए कि बाजार में मौजूद अदृश्य हाथ किस प्रकार क्र्रेता एवं विक्रेता के बीच साधनों को कुशलता पूर्वक वितरित कर देता है।
- मान लीजिए कि सरकार गेहूँ के बाजार में बाधक न्यूनतम कीमत लागू करती है। इस नीति का गेहूँ की खरीदी तथा बेची गई मात्रा पर क्या प्रभाव पड़ेगा? किसानों की कुल आमदनी बढ़ेगी या घटेगी? व्याख्या कीजिए।

4.

- 'Income elasticity of demand for a product is - 1. If the price of the product falls, the consumer will always buy less of this product.' Do you agree with the statement? Why or why not? Explain. (5)
- Arjun spends his entire pocket money of Rs 1200 on purchase of two goods, chocolate and Pepsi. His optimal consumption is 10 units of each, when the price of a chocolate is Rs 40 and the price of Pepsi is Rs 80 per bottle. Draw his budget constraint and using indifference curve, show his optimal consumption bundle. Draw his new budget constraint if the price of a chocolate increases to Rs 80 and that of a Pepsi bottle decreases to Rs 40. Can he still afford the same bundle? If so, would he buy the same bundle at equilibrium? Explain. (6)

- iii. How do economies and diseconomies of scale affect the shape of long run average cost curve? Draw a long run average cost curve where the producer faces constant returns to scale over a range of output and also draw his marginal cost curve. (4)

- i. "एक उत्पाद की मांग की आय की लोच -1 है। यदि इस वस्तु की कीमत गिरती है तो उपभोक्ता हमेशा इसकी कम मात्रा खरीदेगा।" क्या आप सहमत हैं? क्यों या क्यों नहीं? व्याख्या कीजिए।
- ii. अर्जुन अपना 1200 रुपये का सारा जेब खर्च चॉकलेट तथा पेप्सी, दो वस्तुओं पर खर्च करता है। उसका कुशल उपभोग प्रत्येक वस्तु की 10 इकाई है जब चॉकलेट की कीमत 40 रुपये तथा पेप्सी की कीमत 80 रुपये प्रति बोतल है। उसकी बजट रेखा बनाइए तथा अनाधिमान वक्र को इस्तेमाल करते हुए कुशलतम उपभोग का बंडल दर्शाइए। नई बजट रेखा बनाइये यदि चॉकलेट की कीमत बढ़कर 80 रुपये हो जाती है तथा पेप्सी की कीमत कम हो कर 40 रुपये प्रति बोतल हो जाती है। क्या वह अभी भी पहले वाले बंडल को वहन कर सकता है। यदि हाँ, तो क्या संतुलन बिन्दु पर वह वही बंडल खरीदेगा?
- iii. पैमाने की मितव्ययिताएं तथा अपमितव्ययिताएं किस प्रकार दीर्घकालीन औसत लागत वक्र की आकृति को प्रभावित करते हैं? एक दीर्घकालीन औसत लागत वक्र बनाइए जिसमें उत्पादक उत्पादन की कुछ सीमा तक पैमाने के स्थिर प्रतिफल पाता है तथा संबंधित सीमांत लागत वक्र भी बनाइए।

5

- i. Explain how the shape of marginal cost curve of a product is related to the shape of the marginal product curve of labour, if the labour is the only variable factor of production. (4)
- ii. It was observed that when the interest rate declined from 10% to 7%, Ela started saving more. Justify her response to the change in the interest rate using indifference curve analysis. (6)
- Each of 100 firms in a perfectly competitive industry has an average variable cost (AVC) function $AVC = 2Q$ where Q represents output produced. If the price of the product is Rs. 100 find the total quantity supplied in the market when (a) total fixed cost is Rs. 10,000 and (b) total fixed cost is Rs. 20,000. (5)

- i. व्याख्या कीजिए कि किस प्रकार श्रम के सीमांत लागत वक्र की आकृति वस्तु के सीमांत उत्पादन वक्र से संबंधित है, यदि श्रम एकमात्र परिवर्तनशील साधन है।
- ii. यह पाया गया कि जब ब्याज की दर 10 प्रतिशत से कम होकर 7 प्रतिशत हो गई तो इला ने ज्यादा बचत करी। अनाधिमान वक्र को इस्तेमाल करते हुए इला की इस प्रतिक्रिया को न्यायसंगत ठहराइए।
- iii. एक पूर्ण प्रतियोगी इंडस्ट्री में 100 में से प्रत्येक फर्म का परिवर्तनशील औसत लागत (AVC) फलन $AVC = 2Q$ है जिसमें Q उत्पादन को दर्शाता है। यदि उत्पाद की कीमत 100 रुपये है तो बाजार में पूर्ति की मात्रा बताइए जब (a) कुल स्थिर लागत 10,000 रुपये है तथा (b) कुल स्थिर लागत 20,000 रुपये है।

6

- i. Using marginal revenue and marginal cost curves under monopoly show the output levels that maximize (a) total revenue and (b) total profit respectively. Are these two output levels equal? Explain why or why not. (6)

- ii. Explain how governments can respond to inefficiency of monopoly by regulating the price that the monopoly charges. Discuss any problems that may arise in this context. (6)
- iii. Explain why a monopoly does not have a supply curve. (3)

- i. सीमांत आगम तथा सीमांत लागत वक्र को इस्तेमाल करते हुए उत्पादन के उस स्तर को दर्शाइए जो (a) कुल आगम तथा (b) कुल लाभ, को अधिकतम करे। क्या उत्पादन के ये दोनों स्तर बराबर हैं? व्याख्या कीजिए कि क्यों या क्यों नहीं?
- ii. व्याख्या कीजिए की एक एकाधिकारी फर्म की अकुशलता की प्रतिक्रिया में सरकार किस प्रकार कीमत नियंत्रण कर सकती है। इस संदर्भ में यदि कोई समस्या उत्पन्न होती है तो उसकी भी व्याख्या कीजिए।
- iii. व्याख्या कीजिए की एक एकाधिकारी फर्म का पूर्ति वक्र क्यों नहीं होता

7

- i. An increase in the retirement age of workers leads to an increase in the supply of labor. Discuss its impact on the (a) equilibrium wage rate (b) employment and (c) value of marginal product. (7)
- ii. Distinguish between the purchase price and the rental price of land. How is the rental price of land determined? Does an increase in the supply of labour alter the equilibrium rental price of land? (8)
- i. श्रमिकों की सेवानिवृत्ति की उम्र बढ़ाने से श्रम की पूर्ति बढ़ जाती है। इसके प्रभाव को (a) संतुलन वेतन की दर (b) रोजगार तथा (c) सीमांत उत्पादन के मूल्य पर व्याख्या कीजिए।
- ii. भूमि की क्रय कीमत तथा किराए की कीमत के बीच अंतर स्पष्ट कीजिए। भूमि की किराए की कीमत कैसे तय होती है? क्या श्रम की पूर्ति में वृद्धि भूमि के किराए की कीमत में कोई परिवर्तन करेगी?

15
This question paper contains 8 printed pages.

Your Roll No. 12/12/17

Sl. No. of Ques. Paper: 2597

HC

Unique Paper Code : 12271102

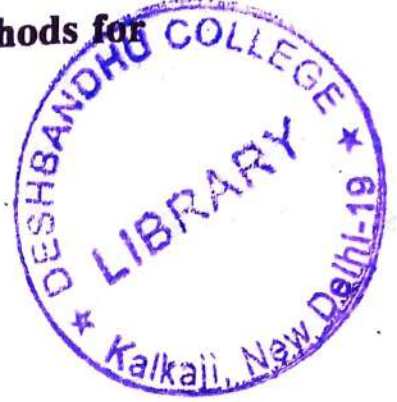
Name of Paper : Mathematical Methods for
Economics – I

Name of Course : CBCS (Part I)

Semester : I

Duration : 3 hours

Maximum Marks : 75



(Write your Roll No. on the top immediately
on receipt of this question paper.)

(इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिये गये निर्धारित
स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिये।)

NOTE:— Answers may be written in Hindi or in English;
but the same medium should be used throughout
the paper.

टिप्पणी:— इस प्रश्नपत्र का उत्तर हिन्दी या अंग्रेज़ी किसी एक
भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही
होना चाहिए।

There are six questions in all. All questions are
compulsory. A simple calculator can be used.

प्रश्नपत्र में कुल छः प्रश्न हैं। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
साधारण कैलक्यूलेटर का उपयोग किया जा सकता है।

P.T.O.

1. Answer any two of the following:

$$2 \times 3.5 = 7$$

(a) For each of the following propositions A and B, state if A is a necessary condition, or a sufficient condition, or both necessary and sufficient for B to be true:

(i) A: Two numbers x and y are even.

B: The sum of x and y is even.

(ii) A: $x = (-64)^{1/3}$, $x \in \mathbb{R}$

B: $x = -4$

(iii) A: x , y , and z are three different points on a plane.

B: x , y , and z are three different points on a circle.

(iv) A: $f''(c) = 0$

B: $x = c$ is a point of inflection.

(b) Show graphically the region represented by the set:

$$\{(x, y): y < \frac{1}{|x|} \text{ and } y \geq x^2\}$$

(c) (i) Solve $(3^x - 27)^3 + 18(3^x - 27)^2 = 0$ for x .

(ii) Find the domain and range of the function $f(x) = \ln(16 - x^2)$.

निम्नलिखित में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिये :

$$2 \times 3.5 = 7$$

(क) निम्नलिखित में से प्रत्येक के लिये लिखें, यदि प्रस्ताव B के सत्य होने के लिये प्रस्ताव A एक आवश्यक शर्त

है या पर्याप्त शर्त है या दोनों है :

(i) A: दो अंक x एवं y सम संख्या हैं।

B: x एवं y का योग सम है।

(ii) A: $x = (-64)^{1/3}$, $x \in \mathbb{R}$

B: $x = -4$

(iii) A: x , y , एवं z एक समतल पर तीन अलग-अलग बिंदु हैं।

B: x , y , एवं z एक वृत्त पर तीन अलग-अलग बिंदु हैं।

(iv) A: $f''(c) = 0$

B: $x = c$ नति परिवर्तन बिंदु है।

(ख) निम्नलिखित समुच्चय द्वारा प्रतिनिधित क्षेत्र का रेखाचित्र बनायें:

$$\{(x, y): y < \frac{1}{|x|} \text{ and } y \geq x^2\}$$

(ग) (i) x के लिए $(3^x - 27)^3 + 18(3^x - 27)^2 = 0$ को हल कीजिये।

(ii) फलन $f(x) = \ln(16 - x^2)$ का परास (domain) एवं परिसर (range) ज्ञात कीजिये।

2. Answer any four of the following:

$$4 \times 4 = 16$$

(a) Find the limit if it exists:

(i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$

(b) Find y'' if the equation $x^{1/2} + y^{1/2} = 1$ defines y implicitly as a function of x .

(c) Find the integer roots for the function $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x - 3$.

(d) Draw the graph of $f(x + 1) = x^2 - 3x + 2$. Find $f(x)$ and draw its graph in the same diagram as the one for $f(x + 1)$.

(e) Test for convergence:

(i) the sequence $s_n = \{k/n\}_{n=1}^{\infty}$; $k > 0$

(ii) the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^5}$

निम्नलिखित में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिये :

$$4 \times 4 = 16$$

(क) सीमा ज्ञात कीजिये (यदि यह अस्तित्व रखती है):

(i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 + 3x - 10}$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$$

(ख) y'' ज्ञात कीजिए यदि समीकरण $x^{1/2} + y^{1/2} = 1$, y को x के एक अंतर्निहित फलन के रूप में परिभाषित करता है।

(ग) फलन $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x^2 + \frac{1}{2}x - 3$ के पूर्णांक मूलों को ज्ञात कीजिये।

(घ) $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$ का रेखाचित्र बनाइये। $f(x)$ को ज्ञात करें तथा इसका रेखाचित्र भी $f(x+1)$ के आरेख में बनायें।

(ङ) अभिसरण (convergence) की जाँच कीजिये:

$$(i) \text{ अनुक्रम } s_n = \left\{ \frac{k}{n} \right\}_{n=1}^{\infty}; \quad k > 0$$

$$(ii) \text{ श्रेणी } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n^5}$$

3. Answer any three of the following:

3×5 = 15

(a) Given the function $f(x) = x^7 - x^5 - x^4 + 2x + 1$, prove that the graph of f has a slope equal to 2 somewhere between $x = -1$ and $x = 1$.

(b) Given the function $f(x) = 2^x$, find its inverse function $g(x)$ and draw the graphs of both $f(x)$ and $g(x)$. Also determine the domain and range for both functions.

(c) Consider functions $f(x) = a - bx$, $g(x) = c - bx$, and $h(x) = mx$ (where $a, b, c, m \in \mathbb{R}$). Find the elasticity of $f(x)$ and $g(x)$ with respect to x at the points A and B, respectively, where A is the point of intersection of $f(x)$ with $h(x)$, and B is the point of intersection of $g(x)$ with $h(x)$.

(d) Find all asymptotes for:

$$(i) y = \frac{x^3 + 5}{1 - x^2}$$

$$(ii) y = xe^{-3x}$$

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिये :

3×5 = 15

(क) दिये गए फलन $f(x) = x^7 - x^5 - x^4 + 2x + 1$ में दर्शाएँ कि $x = -1$ एवं $x = 1$ के बीच में कहीं न कहीं फलन के रेखाचित्र का ढाल 2 है।

(ख) दिये गए फलन $f(x) = 2^x$ का प्रतिलोम फलन ज्ञात कीजिये एवं $f(x)$ तथा $g(x)$ का रेखाचित्र बनायें।

दोनों फलनों की परास (domain) एवं परिसर (range) भी निर्धारित कीजिये।

(ग) फलन $f(x) = a - bx$, $g(x) = c - bx$, एवं $h(x) = mx$ पर विचार कीजिये ($a, b, c, m \in \mathbb{R}$)।

फलन $f(x)$ तथा $g(x)$ की x के सापेक्ष, बिंदु A एवं B पर लोच ज्ञात कीजिये, जहाँ A, $f(x)$ तथा $g(x)$

का प्रतिच्छेदन बिंदु है और B, $f(x)$ तथा $h(x)$ का प्रतिच्छेदन बिंदु है।

(घ) निम्नलिखित की सभी अनन्तस्पर्शी (asymptotes) ज्ञात कीजिये:

$$(i) y = \frac{x^3 + 5}{1 - x^2}$$

$$(ii) y = xe^{-3x}$$

4. Answer any three of the following:

3×5 = 15

(a) Given the function $f(x) = x^{1/2}$,

(i) Find the Taylor polynomial of degree 2 for $f(x)$ about $x = 100$.

(ii) Using (i), find an approximate value of $(102)^{1/2}$.

(iii) Find an upper bound for the error of approximation corresponding to the result obtained in (ii).

(b) Show that the function $f(x) = x^3 + 3x + 1$ has exactly one real root.

(c) Find numbers a and b such that the graph of the function $f(x) = ax^3 + bx^2$ passes through the point $(-1, 1)$ and has a point of inflection at $x = \frac{1}{2}$.

(d) Find a value k^* for the constant k , if possible, that will make the function

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 2, & x \leq 1 \\ kx^2, & x > 1 \end{cases}$$

continuous everywhere. Also check differentiability at $x = 1$ when $k = k^*$.

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिये :

3×5 = 15

(क) दिये गए फलन $f(x) = x^{1/2}$ के लिये,

- फलन का द्विघातीय टेलर बहुपद $x = 100$ के आसपास ज्ञात कीजिये।
- भाग (i) का प्रयोग करते हुए, $(102)^{1/2}$ का अनुमानित मूल्य ज्ञात कीजिये।
- भाग (ii) से प्राप्त परिणाम पर आधारित, सन्निकटन की त्रुटि की एक ऊपरी सीमा ज्ञात कीजिये।

(ख) दर्शाएँ कि फलन $f(x) = x^3 + 3x + 1$ का एक ही वास्तविक मूल है।

(ग) संख्या a एवं b ज्ञात कीजिये जिससे फलन $f(x) = ax^3 + bx^2$ का रेखाचित्र बिंदु $(-1, 1)$ से गुजरे तथा

$x = 1/2$ इसका नति परिवर्तन बिंदु हो।

(घ) यदि संभव है तो स्थिरांक k का मान k^* ज्ञात कीजिये जिससे फलन

$$f(x) = \begin{cases} 7x - 2, & x \leq 1 \\ kx^2, & x > 1 \end{cases}$$

हर जगह सतत हो जाए। $x = 1$ पर अवकलन की भी जाँच कीजिये जब $k = k^*$ है।

5. Answer any **three** of the following:

3×5 = 15

(a) Given the function $f(x) = \frac{10x}{4-x^2}$, what can you say about the existence of extreme point(s) in the interval $[3, 6]$. Classify the extreme point(s) as local and/or global.

(b) Two managers A and B of a hotel have disagreed about the sale of a rare painting. Manager A would like to sell up at once whereas manager B is of the view that the hotel should wait 25 years. Both agree, however, that if the painting is sold t years from now, the revenue received would be:

$$W(t) = Ae^{\sqrt{t}}, \quad (A > 0),$$

and that the interest rate is 100% per annum compounded continuously.

- Find the proportional rate of growth of the revenue received $W(t)$.
- Determine the optimum time to sell the painting.

(iii) If the interest rate is 10% per annum, should the Board of Directors support Manager A or B?

(c) Examine the function defined by $y = x^{2/3}$. Find the interval(s) over which it is concave and the interval(s) over which it is convex. Use this information to find possible point(s) of inflection. Also identify possible cusp(s) in the function. Substantiate your answer with a graph.

(d) Consider the function $f(x) = \begin{cases} (x^2 + 1), & -2 \leq x \leq 0 \\ -(x^2 + 1), & 0 < x \leq 2 \end{cases}$

Is there a point on the closed interval $[-2, 2]$ where $f(x) = 0$? Explain.

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिये :

3×5 = 15

(क) अंतराल $[3, 6]$ पर फलन $f(x) = \frac{10x}{4-x^2}$ के चरम बिंदुओं के अस्तित्व के विषय में आप क्या कह सकते हैं?

चरम बिंदुओं को वैश्विक/स्थानीय रूप में वर्गीकृत कीजिये।

(ख) एक होटल के दो प्रबंधक A एवं B होटल के एक बहुमूल्य चित्र की बिक्री के बारे में सहमत नहीं हैं। प्रबंधक A तुरंत ही चित्र बेचने के पक्ष में हैं परंतु प्रबंधक B की राय है कि 25 साल की प्रतीक्षा करे। दोनों लेकिन इस बात पर सहमत हैं कि चित्र को यदि t साल के बाद बेच दिया जाता है तो राजस्व निम्नलिखित प्राप्त होगा :

$$W(t) = Ae^{\sqrt{t}}, \quad (A > 0),$$

जहाँ ब्याज का सतत चक्रवृद्धि दर 100% प्रति वर्ष है।

- राजस्व $W(t)$ की अनुपातिक वृद्धि ज्ञात कीजिये।
- चित्र बेचने का सर्वोत्तम समय निर्धारित कीजिये।
- यदि ब्याज दर 10% प्रति वर्ष है, तो निदेशक मंडल को प्रबंधक A या प्रबंधक B का समर्थन करना चाहिये ?

(ग) $y = x^{2/3}$ फलन की जाँच कीजिये। वे अंतराल ज्ञात कीजिये जहाँ यह फलन अवतल है और जहाँ यह फलन उत्तल है। यह जानकारी का उपयोग करते हुए संभव नति परिवर्तन बिंदु ज्ञात कीजिये। फलन में संभव कस्प भी ज्ञात कीजिये और फलन का रेखाचित्र बनाएँ। एक ग्राफ के द्वारा अपने उत्तर की पुष्टि कीजिये।

(घ) फलन $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & -2 \leq x \leq 0 \\ -(x^2 + 1), & 0 < x \leq 2 \end{cases}$ पर विचार कीजिये। क्या बंद अंतराल $[-2, 2]$ पर कोई

एक बिंदु है जहाँ $f(x) = 0$ है? स्पष्ट कीजिये।

6. Answer Part A OR Part B:

2×3.5 = 7

Part A

(a) If $y_t = -3y_{t-1} + 4$, $y_0 = 1$

(i) Solve the difference equation.

(ii) Solve for the steady state if it exists. Is the time path for y_t convergent? Illustrate the time path through a graph.

(b) Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = 4x$ and the line $x = a$.

Part B(a) The initial population of a country is 12.5×10^6 . The birth rate is 0.04, the death rate is 0.03, and 50,000 migrants arrive in the country each year. Write a difference equation to represent the given situation and solve it. Does the population converge to the steady state?(b) Find the area of the region bounded by the curve $y = 7 - x^2$ and the x -axis between $x = -1$ and $x = 2$.

भाग A या भाग B का उत्तर दीजिये :

2×3.5 =

भाग A

(क) यदि $y_t = -3y_{t-1} + 4$, $y_0 = 1$ है :

(i) अंतर समीकरण का हल ज्ञात कीजिये।

(ii) स्थिर अवस्था के लिये हल कीजिये यदि यह अस्तित्व में है। क्या y_t का समय पथ संसृत है? समय पथ का रेखाचित्र बनाएँ।(ख) वक्र $y^2 = 4x$ एवं रेखा $x = a$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।**भाग B**(क) एक देश की प्रारम्भिक आबादी 12.5×10^6 है। जन्म दर 0.04 है, मृत्यु दर 0.03 है, और प्रत्येक साल देश में 50,000 प्रवासी आते हैं। इस स्थिति के लिये एक अंतर समीकरण लिखें और उसका हल निकालें। क्या आबादी स्थिर अवस्था पर अभिसरण करती है?(ख) वक्र $y = 7 - x^2$ एवं x -अक्ष ($x = -1$ और $x = 2$ के बीच में) से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

This question paper contains 10 printed pages]

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 981

Unique Paper Code : 227101

Name of the Paper : Introductory Microeconomics

Name of the Course : B.A. (H) - Economics

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written either in English or in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी :— इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

Question No.1 is compulsory.

Attempt any four questions out of Question Nos. 2 to 7.

प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है।

प्रश्न संख्या 2 से 7 में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

P.T.O.

1. Answer any five parts : 3×5

- (i) What is the difference between a positive statement and a normative statement ? Explain using examples.
- (ii) Does reduction in the price of a good increases consumer surplus ? Explain why or why not.
- (iii) Why are indifference curves bowed inward ?
- (iv) What is natural monopoly ? Explain with the help of an example.
- (v) Explain why the average and marginal revenue curves are horizontal for a firm in the perfectly competitive market ?
- (vi) What is the difference between the purchase price and the rental price of a factor ?

किन्हीं पाँच का उत्तर दीजिए :

- (i) एक सकारात्मक कथन तथा निर्देशात्मक कथन में क्या अंतर है ? उदाहरण सहित स्पष्ट कीजिए।
- (ii) क्या एक वस्तु की कीमत में होने वाली कमी उपभोक्ता के आधिक्य को बढ़ाती है ? यदि हाँ तो क्यों और यदि नहीं तो क्यों नहीं ?

- (iii) अनधिमान वक्र अंदर की तरफ उभरे हुए क्यों होते हैं ?
- (iv) प्राकृतिक एकाधिकारी क्या है ? उदाहरण सहित व्याख्या कीजिए।
- (v) व्याख्या कीजिए कि पूर्ण प्रतियोगी बाजार में एक फर्म के औसत आगम तथा सीमांत आगम वक्र जमीन के समानान्तर क्यों होते हैं।
- (vi) एक साधन की क्रय कीमत तथा किराए की कीमत में क्या अंतर है ?

2. (i) Suppose $Q^s = 2P$ and $Q^d = 300 - P$ (Q^s is quantity supplied, Q^d is quantity demanded and P is the price in Rupees of the commodity). Then :

- (a) Find equilibrium price and quantity.
- (b) If a tax of Rs. 30 per unit is imposed on buyer, find the price paid by buyer, price received by seller and the quantity sold.

(c) Calculate deadweight loss. 2+3+2

- (ii) Why is the production possibility curve bowed outward ? Illustrate using diagram. If a new invention increases the productivity of one good while the productivity of another good remains unchanged. Explain the changes in the production possibility curve. 3+5

(i) मान लीजिए कि पूर्ति एवं मांग समीकरण $Q^s = 2P$ और $Q^d = 300 - P$ हैं (Q^s पूर्ति की मात्रा, Q^d मांग की मात्रा तथा P रुपये में वस्तु की कीमत को दर्शाते हैं) तब :

(a) संतुलन कीमत तथा मात्रा ज्ञात कीजिए।

(b) यदि क्रेता पर 30 रुपये प्रति इकाई की दर से कर लगा दिया जाए तो क्रेता द्वारा दी जाने वाली कीमत, विक्रेता द्वारा प्राप्त की जाने वाली कीमत तथा बेची गई मात्रा ज्ञात कीजिए।

(c) अतिभार हानि की गणना कीजिए।

(ii) उत्पादन संभावना वक्र बाहर की तरफ उभरा हुआ क्यों होता है? रेखाचित्र का प्रयोग करते हुए उदाहरण के साथ समझाइये। यदि किसी नये आविष्कार से किसी उत्पाद की उत्पादकता बढ़ती है जबकि दूसरे उत्पाद की उत्पादकता स्थिर रहती है। उत्पादन संभाव्यता वक्र में परिवर्तन की व्याख्या कीजिए।

3. (i) Calculate cross price elasticity between wheat and rice using midpoint method from the following information :

Time Period	1	2
Price of wheat (in Rs. per kg.)	20	24
Quantity of rice (in kg.)	200	240

(ii) If the government implements an effective rent control in a city, what will be its economic implications in short run and the long run ? Explain using suitable diagrams. 6

(iii) How does the taxation lead to deadweight loss ? What are the determinants of deadweight loss ? 3+2

(i) मध्य बिन्दु विधि का इस्तेमाल करते हुए निम्न सूचना के आधार पर गेहूँ और चावल के बीच मांग की तिरछी लोच ज्ञात कीजिए :

समय अवधि	1	2
गेहूँ की कीमत (रुपये प्रति किलो)	20	24
चावल की मात्रा (किलोग्राम में)	200	240

(ii) यदि सरकार एक शहर में प्रभावी किराया नियंत्रण लागू करती है, तो उसके अल्पकाल एवं दीर्घकाल में क्या आर्थिक परिणाम होंगे? चित्रों की मदद से व्याख्या कीजिए।

(iii) कर किस प्रकार आर्थिक क्षमता के ह्रास को जन्म देता है? आर्थिक क्षमता ह्रास के क्या निर्धारक हैं?

4. (i) If Anu's marginal rate of substitution of X for Y is 5 ($\Delta Y / \Delta X = 5$) and per unit price of X is Rs. 9 and of Y is Rs. 2. Is she optimizing her consumption ? If

yes, then explain how, if not, then what change in consumption bundle do you suggest for her to maximize her satisfaction ? 6

(ii) Explain income effect and substitution effect ? If Shyam divides his income between consumption and saving, what will be the impact of increase in rate of interest on his savings ? Explain with the help of income and substitution effects. 6

(iii) Why two indifference curves cannot intersect each other ? Explain using diagram. 3

(i) यदि अनु की Y के बदले X के सीमांत प्रतिस्थापन की दर 5 ($\Delta Y / \Delta X = 5$) है। तथा X की प्रति इकाई कीमत 9 रुपये तथा Y की 2 रुपये है, तो क्या अनु अधिकतम संतुष्टि प्राप्त कर रही है? यदि हाँ तो बताइए क्यों, यदि नहीं तो संतुष्टि को अधिकतम करने के लिए आप उपभोक्ता बंडल में क्या बदलाव सुझाएंगे?

(ii) आय प्रभाव तथा प्रतिस्थापन प्रभाव की व्याख्या कीजिए। यदि श्याम अपनी आय को उपभोग तथा बचत में विभाजित करता है, तो ब्याज की दर के बढ़ने का उसकी बचत पर क्या प्रभाव पड़ेगा? आय एवं प्रतिस्थापन प्रभावों की मदद से व्याख्या कीजिए।

(iii) व्याख्या कीजिए कि दो अनधिमान वक्र एक दूसरे को क्यों नहीं काट सकते?

5. (i) Why an economist's and an accountant's profit are likely to be different ? Mr. Harry decides to open his restaurant. For this he has to leave his job where he is earning Rs. 60,000 per year. The other yearly expenses are Rs. 40,000 on rent, Rs. 70,000 on raw material and Rs. 50,000 on salary. Find Mr. Harry's economic cost and accounting cost for opening the restaurant. 5

(ii) Explain and show the relationship between short run marginal cost and average variable cost curves. Can marginal cost increase when the average variable cost is declining ? Why or why not ? 5

(iii) Explain using diagram why a perfectly competitive firm, incurring loss on fixed cost, will continue to produce in short run. 5

(i) एक अर्थशास्त्री एवं एक लेखाकार के लाभ में अंतर होने की संभावना क्यों है? मिस्टर हैरी एक रेस्तरां खोलने का निर्णय लेता है। इसके लिए उसे अपनी 60,000 रुपये सालाना की नौकरी छोड़नी पड़ेगी तथा उसके अन्य वार्षिक खर्चे, किराया 40,000 रुपये, कच्चा

माल 70,000 रुपये तथा वेतन 50,000 रुपये होंगे। मिस्टर हैरी के रेस्तरां की सालाना आर्थिक लागत तथा लेखांकन लागत ज्ञात कीजिए।

- (ii) अल्पकालीन परिवर्तनशील लागत वक्र तथा सीमांत लागत वक्र के संबंधों को दर्शाते हुए व्याख्या कीजिए। जब औसत लागत कम हो रही हो तो क्या तब सीमांत लागत बढ़ सकती है? क्यों या क्यों नहीं?
- (iii) चित्र की मदद से व्याख्या कीजिए कि क्यों एक पूर्ण प्रतियोगी फर्म अल्पकाल में हानि होने के बावजूद भी उत्पादन करेगी।

6. (i) Derive the upward sloping long run supply curve of a perfectly competitive market. Why might it be upward sloping? 4+2

(ii) What are the sources of monopoly? Explain and show the deadweight loss created by a monopoly firm when it is charging uniform price from all the consumers. How will the deadweight loss change if the firm starts practicing perfect price discrimination? Explain using diagrams. 2+4+3

(i) एक पूर्ण प्रतियोगी बाजार के पूर्ति वक्र को ज्ञात कीजिए जो कि बढ़ते हुए ढाल का हो। यह वक्र बढ़ते हुए ढाल का क्यों हो सकता है?

(ii) एकाधिकार के क्या स्रोत हैं? जब एकाधिकारी फर्म सभी उपभोक्ताओं से एकसमान कीमत वसूल कर रही हो तो उसके द्वारा उत्पादित आर्थिक मूल्य ह्रास को दर्शाते हुए व्याख्या कीजिए। यदि फर्म सम्पूर्ण कीमत भेद लागू कर दे, तो आर्थिक मूल्य ह्रास में क्या परिवर्तन होगा? चित्रों की मदद से व्याख्या कीजिए।

7. (i) Consider a market in which the demand and supply functions are :

$P = 100 - 0.2 Q^d$; $P = 40 + 0.1 Q^s$ respectively, where P is price, Q^d is quantity demanded and the Q^s is quantity supplied.

Determine the price elasticity of supply at equilibrium price. 5

(ii) Derive the demand curve for labour when there is perfect competition in commodity and factor markets. 5

(iii) Explain how the increase in supply of capital will change the equilibrium earning of other factor labour. 5

- (i) एक बाजार की कल्पना कीजिए जिसके मांग एवं पूर्ति वक्र क्रमशः $P = 100 - 0.2 Q^d$; $P = 40 + 0.1 Q^s$ हैं। (यहाँ P कीमत, Q^d मांग की मात्रा तथा Q^s मांग की पूर्ति है।) संतुलन कीमत पर पूर्ति की कीमत लोच ज्ञात कीजिए।
- (ii) यदि वस्तु एवं साधन बाजार में पूर्ण प्रतियोगिता हो, तो श्रम के मांग वक्र को ज्ञात कीजिए।
- (iii) यदि पूँजी की पूर्ति में वृद्धि हो जाए, तो अन्य साधन की संतुलन आय में होने वाले परिवर्तन की व्याख्या कीजिए।

This question paper contains 8+3 printed pages and 6 Tables attached]

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 982

212117

Unique Paper Code : 227102

H

Name of the Paper : Statistical Methods in Economics-I

Name of the Course : B.A. (Hons.) - Economics

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

All questions within each section are to be answered in a continuous manner on the answer sheet. Start each question on a new page and all subparts of a question should follow one after the other.

Use of simple calculator is permitted.

Required statistical tables are attached with the question paper.

This paper contains four sections. Attempt *all* sections.

Section-I

Do any *two* out of Q. No. 1, Q. No. 2 and Q. No. 3.

1. Given below is the distribution of marks of 100 students in an examination.

P.T.O.

Marks Obtained	Number of Students
Less than 10	4
Less than 20	6
Less than 30	24
Less than 40	46
Less than 50	67
Less than 60	86
Less than 70	96
Less than 80	99
Less than 90	100

(i) Make a histogram for the data above.

(ii) If possible, comment on the total area under the histogram. 4+1

2. (a) Show that for given $(n + 1)$ numbers

$$\bar{X}_{(n+1)} = \frac{(n \cdot \bar{X}_n + X_{n+1})}{(n+1)}$$

(b) If the average monthly spending by 21 women in a kitty group was Rs. 240, What is the new average spending if another member is added whose average monthly spending is 290.? Use the formula above. 2+3

3. In a factory the monthly wages of 200 workers were noted and they were found to be positively skewed. Draw a representative frequency curve to show this skewness. The leader of the workers argued with the management that 'average' wages are low. The owner of the firm did not agree with the workers' leader and suggested that 'average' wages quoted are wrong and are actually much higher. Can you justify both the views, using your diagram? Which view do you agree with and why? 5

Section-II

Do any *two* out of Q. No. 4, Q. No. 5 and Q. No. 6

4. (a) A box of 9 socks contains 2 green and 7 red socks.
- (i) If 2 socks are selected at random from the box without replacement, what is the probability that both are red? What would be the probability if socks are selected with replacement?
- (ii) If 3 socks are selected at random from the box without replacement, what is the probability that all are green?

(b) The probability that both the events A and B occur simultaneously is $1/5$ and the probability of occurrence of neither of them is $4/15$. Find the probabilities $P(A)$ and $P(B)$ on the assumption that the events are independent.

(c) Show that if for any two events E and F $P(E/F) > P(E)$ then it is also true that $P(E/F) > P(F)$. 4+4+2

5. (a) A real estate agent has a set of 10 keys. one of which will open the front door of an apartment he wants to show to a potential buyer. If the 10 keys are tried in a completely random order, find the probability that :

(i) The first key opens the door.

(ii) All 10 keys are tried.

(b) A box contains four dice out of which three are fair and the fourth is loaded in such a way that the face marked 5 appears in 60% of the tosses. A die is selected at random from the box and tossed. If it shows 5, what is the probability that it was a loaded die ?

(c) Let E, F and G be events with probabilities $1/2$, $1/3$ and $1/4$ respectively, compute the probability that neither of these three events occur assuming that the events are mutually independent. 4+3+3

6. (a) Six friends play a game in which they toss a coin one by one. The game is won by the player who first throws tail. Find the probability that the game is won by the fourth player.

(b) Two machines X and Y are to be marketed. The probability that a salesman can sell machine X is 60% while that of selling machine Y is 40%. Sale of one machine is independent of the other. Given that the salesman is able to sell at least one machine, what is the probability that machine X has been sold ?

(c) In a village of 1000 inhabitants, there are 650 who own a television, 400 who own a mobile phone and 150 who own both of these. If a person is selected from this village at random, what is the probability that he owns either of the two ? Use a Venn diagram to answer. 4+3+3

Section-III

Q. No. 7 is Compulsory. Do any *two* questions out of Q. No. 8, Q. No. 9 and Q. No. 10.

7. (a) Find the probability distribution of total number of heads obtained in four tosses of a balanced coin.

(b) If profit of a shopkeeper is looked upon as a continuous random variable having the probability density :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{18}(x+1), & -1 < x < 5 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Where the units are in Rs. 1000

(i) What is his expected profit ?

(ii) What is the variance and standard deviation of the profit ? 2+3

8. (a) If X has the discrete uniform distribution $f(x) = \frac{1}{k}$ for $x = 1, 2, \dots, k$, show that :

(i) Its mean is $\mu = \frac{k+1}{2}$

(ii) Its variance is $\sigma^2 = \frac{k^2-1}{12}$.

(b) In a certain city, the primary cause of 70% of divorce cases is found to be incompatibility. Find the probability that five of the next six divorce cases filed in this city will claim incompatibility as the reason of divorce. Also find the mean and variance of the divorce case filed.

(c) Scores of a GRE examination are known to be normally distributed with mean 420 and standard deviation 80.

(i) For a randomly chosen person taking this test, what is the probability of a score between 400 and 480 ?

(ii) What is the minimum score needed in order to be in the top 10% of all people taking the test ?

(iii) Two people taking the test are chosen at random. What is the probability that at least one of them scored more than 500 points ? 3+3+4

9. (a) A teacher is supposed to meet students during regular office hours. Times spent with students follow an exponential distribution with mean 10 minutes. Find the probability that a given student spends less than 20 minutes with the teacher. How is exponential distribution related to the Poisson distribution ?

(b) The number of days between billing and payment of electricity bills is normally distributed with mean 16 and standard deviation 5.

(i) How many days will have elapsed before 10% of all bills are paid ?

(ii) After how many days will 25% of all bills remain unpaid ?

(c) On an average, 2.5 telephone calls per minute are received at the Domino's delivery counter. If distribution of calls is Poisson, find the probability that in any given minute there will be more than 3 calls. $3+4+3$

10. (a) Delhi university printing division received complaints for problems with printers of which 8 were laser printers and 12 were inkjet printers. A sample of 5 complaints is to be included in a customer satisfaction survey. Suppose all 5 complaints are selected in a random fashion so that each one has an equally likely chance of being selected. Find the probability that exactly 3 of the complaints were for inkjet printers.

(b) If the probability is 0.40 that a child exposed to a certain contagious disease will catch it, what is the probability that the tenth child exposed to the disease will be the third to catch it ?

(c) If the probability is 0.20 that a certain bank will refuse a loan application, then :

(i) Find the probability that the bank will refuse at least 3 of the 10 applications received.

(ii) If however the bank receives large amount of applications, say 225, then find the approximate probability that the bank will refuse at most 40 of the 225 loan applications. Justify your approach in calculating the desired probability. $3+3+4$

Section-IV

Attempt any *two* questions out of Q. No. 11, Q. No. 12 and Q. No. 13

11. Given any *two* random variables X and Y.

(i) Show that $\rho(aX+b, cY+d) = ab*\rho(X,Y)/|(ab)|$

- (ii) How are the concepts of correlation, covariance and independence of two variables related to each other ? Explain in detail. 5+5

12. You are given the following bivariate probability distribution table :

X \ Y	0	1	2
0	.25	A	.13
1	C	0.02	0.10
2	0.1	0.08	B

- (i) For what value of A, B and C the above table valid as a probability distribution if $P(X=0)=0.45$, $P(Y=2) = 0.35$?
- (ii) Find $E(X/Y = 1)$
- (iii) Find covariance between x and y .
- (iv) Let $Z = \text{sum of } X \text{ and } Y$. Derive the probability distribution for Z .
- (v) Find $V(Z)$: $2 \times 5 = 10$

13. Let the profits of a firm be defined by $P = 5R - 2C$ where R is revenues and C is cost.

The mean of R and C are 4 and 9 (in thousands), respectively.

The variances of R and C are equal at 3.

- (i) What is expected profit ?
- (ii) What is variance of this profit ?
- (iii) If $E(RC) = 30$, what will be covariance (RC) and correlation (RC) ?
- (iv) What can you say about the relation between revenues and costs ?
- (v) If new fixed costs of Rs. 3,000 are incurred now, what are new expected profits ?
- (vi) Define $Z = 2R + 3C$, what is variance of Z ?
- (vii) Are R and C independent ? 10

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

a. $n = 5$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.951	.774	.590	.328	.237	.168	.078	.031	.010	.002	.001	.000	.000	.000	.000
	1	.999	.977	.919	.737	.633	.528	.337	.188	.087	.031	.016	.007	.000	.000	.000
	2	1.000	.999	.991	.942	.896	.837	.683	.500	.317	.163	.104	.058	.009	.001	.000
	3	1.000	1.000	1.000	.993	.984	.969	.913	.812	.663	.472	.367	.263	.081	.023	.001
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.998	.990	.969	.922	.832	.763	.672	.410	.226	.049

b. $n = 10$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.904	.599	.349	.107	.056	.028	.006	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.996	.914	.736	.376	.244	.149	.046	.011	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.988	.930	.678	.526	.383	.167	.055	.012	.002	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.999	.987	.879	.776	.650	.382	.172	.055	.011	.004	.001	.000	.000	.000
	4	1.000	1.000	.998	.967	.922	.850	.633	.377	.166	.047	.020	.006	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	1.000	.994	.980	.953	.834	.623	.367	.150	.078	.033	.002	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.989	.945	.828	.618	.350	.224	.121	.013	.001	.000
	7	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.988	.945	.833	.617	.474	.322	.070	.012	.000
	8	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.989	.954	.851	.756	.624	.264	.086	.004
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.994	.972	.944	.893	.651	.401	.096

c. $n = 15$

		<i>p</i>														
		0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
<i>x</i>	0	.860	.463	.206	.035	.013	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	1	.990	.829	.549	.167	.080	.035	.005	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	2	1.000	.964	.816	.398	.236	.127	.027	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	3	1.000	.995	.944	.648	.461	.297	.091	.018	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
	4	1.000	.999	.987	.836	.686	.515	.217	.059	.009	.001	.000	.000	.000	.000	.000
	5	1.000	1.000	.998	.939	.852	.722	.402	.151	.034	.004	.001	.000	.000	.000	.000
	6	1.000	1.000	1.000	.982	.943	.869	.610	.304	.095	.015	.004	.001	.000	.000	.000
	7	1.000	1.000	1.000	.996	.983	.950	.787	.500	.213	.050	.017	.004	.000	.000	.000
	8	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.985	.905	.696	.390	.131	.057	.018	.000	.000	.000
	9	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.966	.849	.597	.278	.148	.061	.002	.000	.000
	10	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.991	.941	.783	.485	.314	.164	.013	.001	.000
	11	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.982	.909	.703	.539	.352	.056	.005	.000
	12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.973	.873	.764	.602	.184	.036	.000
	13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.965	.920	.833	.451	.171	.010
	14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.995	.987	.965	.794	.537	.140

Table A.1 Cumulative Binomial Probabilities (*cont.*)

$$B(x; n, p) = \sum_{y=0}^x b(y; n, p)$$

d. $n = 20$.

	<i>p</i>														
	0.01	0.05	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.75	0.80	0.90	0.95	0.99
0	.818	.358	.122	.012	.003	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.983	.736	.392	.069	.024	.008	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
2	.999	.925	.677	.206	.091	.035	.004	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
3	1.000	.984	.867	.411	.225	.107	.016	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
4	1.000	.997	.957	.630	.415	.238	.051	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000	.000
5	1.000	1.000	.989	.804	.617	.416	.126	.021	.002	.000	.000	.000	.000	.000	.000
6	1.000	1.000	.998	.913	.786	.608	.250	.058	.006	.000	.000	.000	.000	.000	.000
7	1.000	1.000	1.000	.968	.898	.772	.416	.132	.021	.001	.000	.000	.000	.000	.000
8	1.000	1.000	1.000	.990	.959	.887	.596	.252	.057	.005	.001	.000	.000	.000	.000
9	1.000	1.000	1.000	.997	.986	.952	.755	.412	.128	.017	.004	.001	.000	.000	.000
10	1.000	1.000	1.000	.999	.996	.983	.872	.588	.245	.048	.014	.003	.000	.000	.000
11	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.995	.943	.748	.404	.113	.041	.010	.000	.000	.000
12	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.979	.868	.584	.228	.102	.032	.000	.000	.000
13	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.942	.750	.392	.214	.087	.002	.000	.000
14	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.998	.979	.874	.584	.383	.196	.011	.000	.000
15	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.994	.949	.762	.585	.370	.043	.003	.000
16	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.984	.893	.775	.589	.133	.016	.000
17	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.996	.965	.909	.794	.323	.075	.001
18	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.992	.976	.931	.608	.264	.017
19	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	.999	.997	.988	.878	.642	.182

(continued)

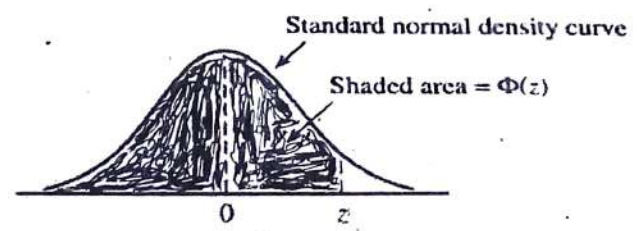
Table A.2 Cumulative Poisson Probabilities (cont.)

$$F(x; \lambda) = \sum_{y=0}^x \frac{e^{-\lambda} \lambda^y}{y!}$$

<i>x</i>	λ											
	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	9.0	10.0	15.0	20.0	
0	.135	.050	.018	.007	.002	.001	.000	.000	.000	.000	.000	.000
1	.406	.199	.092	.040	.017	.007	.003	.001	.000	.000	.000	.000
2	.677	.423	.238	.125	.062	.030	.014	.006	.003	.000	.000	.000
3	.857	.647	.433	.265	.151	.082	.042	.021	.010	.000	.000	.000
4	.947	.815	.629	.440	.285	.173	.100	.055	.029	.001	.000	.000
5	.983	.916	.785	.616	.446	.301	.191	.116	.067	.003	.000	.000
6	.995	.966	.889	.762	.606	.450	.313	.207	.130	.008	.000	.000
7	.999	.988	.949	.867	.744	.599	.453	.324	.220	.018	.001	.001
8	1.000	.996	.979	.932	.847	.729	.593	.456	.333	.037	.002	.002
9		.999	.992	.968	.916	.830	.717	.587	.458	.070	.005	.005
10		1.000	.997	.986	.957	.901	.816	.706	.583	.118	.011	.011
11			.999	.995	.980	.947	.888	.803	.697	.185	.021	.021
12			1.000	.998	.991	.973	.936	.876	.792	.268	.039	.039
13				.999	.996	.987	.966	.926	.864	.363	.066	.066
14				1.000	.999	.994	.983	.959	.917	.466	.105	.105
15					.999	.998	.992	.978	.951	.568	.157	.157
16					1.000	.999	.996	.989	.973	.664	.221	.221
17						1.000	.998	.995	.986	.749	.297	.297
18							.999	.998	.993	.819	.381	.381
19							1.000	.999	.997	.875	.470	.470
20								1.000	.998	.917	.559	.559
21									.999	.947	.644	.644
22									1.000	.967	.721	.721
23										.981	.787	.787
24										.989	.843	.843
25										.994	.888	.888
26										.997	.922	.922
27										.998	.948	.948
28										.999	.966	.966
29										1.000	.978	.978
30											.987	.987
31											.992	.992
32											.995	.995
33											.997	.997
34											.999	.999
35											.999	.999
36											1.000	1.000

Table A.3 Standard Normal Curve Areas

$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0003	.0002
-3.3	.0005	.0005	.0005	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0004	.0003
-3.2	.0007	.0007	.0006	.0006	.0006	.0006	.0006	.0005	.0005	.0005
-3.1	.0010	.0009	.0009	.0009	.0008	.0008	.0008	.0008	.0007	.0007
-3.0	.0013	.0013	.0013	.0012	.0012	.0011	.0011	.0011	.0010	.0010
-2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
-2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
-2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
-2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
-2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
-2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
-2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
-2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
-2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
-2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
-1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
-1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
-1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
-1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
-1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
-1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
-1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
-1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
-1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
-1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
-0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
-0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
-0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
-0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
-0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
-0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
-0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3482
-0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
-0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
-0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641

(continued)

78

This question paper contains 15 printed pages

13/12/17

Roll No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

S. No. of Question Paper : 983

Unique Paper Code : 227103

Name of the Paper : Mathematical Methods for Economics-I

Name of the Course : B.A. (Hons.) Economics

Semester : I

Duration : 3 Hours

Maximum Marks : 75

(Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.)

Note :— Answers may be written *either* in English *or* in Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

टिप्पणी : इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिन्दी किसी एक भाषा में दीजिए; लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए ।

There are six questions in all.

All questions are compulsory.

Use of simple calculator is allowed.

All parts of a question should be answered together.

P.T.O.

कुल छः प्रश्न हैं।

सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

साधारण कैलकुलेटर का उपयोग किया जा सकता है।

प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को एक ही स्थान पर हल कीजिए।

Answer any two of the following :

2×4 = 8

(a) Find the domain of the following functions :

$$(i) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$$

$$(ii) t(v) = \sqrt{v^2 + 2v - 8}$$

(b) There are 56 students in a class. 30 of them opt for Mathematics, 20 opt for Economics and 21 opt for Geography. 13 of them opt for both Mathematics and Economics, 12 of them opt for both Mathematics and Geography, 11 of them opt for both Geography and Economics, and 4 of them opt for Mathematics and Geography only. Find the number of students who have opted for :

(i) Mathematics, Economics and Geography

(ii) Only one of these three subjects

(iii) None of these 3 subjects

(c) For each of the following propositions P and Q , determine whether P is a necessary condition, or a sufficient condition, or both necessary and sufficient for Q to be true ?

$$(i) P : (-x^2 - 8x - 16 < 0) \text{ and } Q : (x > 0)$$

$$(ii) P : (x+2)(7-y) = 0 \text{ and } Q : (x = -2 \text{ or } y = 7)$$

निम्नलिखित में से किन्हीं दो के उत्तर दीजिए :

(क) निम्नलिखित फलनों के परास (domain) ज्ञात कीजिए :

$$(i) f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$$

$$(ii) t(v) = \sqrt{v^2 + 2v - 8}$$

(ख) एक कक्षा में 56 विद्यार्थी हैं जिनमें से 30 गणित का, 20 अर्थशास्त्र का व 21 भूगोल का चयन करते हैं। इसमें से 13 गणित एवं अर्थशास्त्र दोनों का, 12 गणित एवं भूगोल दोनों का, 11 भूगोल एवं अर्थशास्त्र दोनों का, व 4 केवल गणित व भूगोल का चयन करते हैं। उन विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए जो कि निम्नलिखित का चयन करते हैं :

(i) गणित, अर्थशास्त्र एवं भूगोल

(ii) इन तीन विषयों में से केवल एक

(iii) तीनों विषयों में से कोई नहीं

(ग) निम्नलिखित कथन-युग्मों में से प्रत्येक हेतु निर्धारित कीजिए कि क्या P, Q के होने के लिए आवश्यक शर्त है, पर्याप्त शर्त है या आवश्यक व पर्याप्त दोनों हैं :

(i) $P : (-x^2 - 8x - 16 < 0)$ तथा $Q : (x > 0)$

(ii) $P : (x + 2)(7 - y) = 0$ तथा $Q : (x = -2 \text{ या } y = 7)$

2. Answer any *four* of the following : 4×4 = 16

(a) Graph $y = (3 - x)^3$ using the graph of $y = x^3$.

(b) Show that the function $f(x) = x^2 + 2$ defined on $x > 0$ has an inverse function g . Find g . Show graphically that $f(x)$ and $g(x)$ are symmetric about the line $y = x$.

(c) A manufacturer can produce economics textbooks at a cost of ₹ 20 per book. The text currently sells for ₹ 40, and at this price 20 books get sold each day. The manufacturer figures that each time the price of the textbook is dropped by ₹ 5, he manages to sell 5 additional copies. Determine the profit maximizing number of copies and suggest how the manufacturer should change his pricing of the textbook to maximize his profits.

(d) Solve the following equations for x :

(i) $\frac{25e^{0.1x}}{e^{0.1x} + 3} = 10$

(ii) $\ln x^{5/2} - 0.5 \ln x = \ln 25$

(e) Given the implicit function defined for all $x \neq 0$ as :

$$x^2 + xy - y^3 = 10$$

Find the equation of the tangent to the function, which is parallel to the x -axis. Specify the additional restriction(s) that need to be placed on values of x and y (if any).

निम्नलिखित में से किन्हीं चार के उत्तर दीजिए :

(क) $y = x^3$ के आरेख की सहायता से $y = (3 - x)^3$ का आरेख बनाइए।

(ख) दर्शाइए कि $x > 0$ पर परिभाषित फलन $f(x) = x^2 + 2$ का प्रतिलोम फलन g विद्यमान है। g को ज्ञात कीजिए। आरेख की सहायता से दर्शाइए कि $f(x)$ व $g(x)$, रेखा $y = x$ के प्रति सममित हैं।

(ग) एक विनिर्माता अर्थशास्त्र की पाठ्यपुस्तकों को ₹ 20 प्रति पुस्तक की लागत से बना सकता है। वर्तमान में यह पुस्तक ₹ 40 में बिकती है तथा इस कीमत पर प्रतिदिन 20 पुस्तकें

बिकती हैं। विनिर्माता यह पाता है कि जब भी वह इस पाठ्यपुस्तक की कीमत को ₹ 5 कम करता है, वह इसकी 5 अतिरिक्त प्रतियाँ बेच पाता है। प्रतियों की वह संख्या ज्ञात कीजिए जो कि लाभ को अधिकतम करे तथा विनिर्माता को लाभ को अधिकतम करने हेतु पाठ्यपुस्तक की कीमत-निर्धारण नीति को किस प्रकार परिवर्तित करना चाहिए, इस बारे में सुझाव दीजिए।

(घ) निम्नलिखित समीकरणों को x हेतु हल कीजिए :

$$(i) \quad \frac{25e^{0.1x}}{e^{0.1x} + 3} = 10$$

$$(ii) \quad \ln x^{5/2} - 0.5 \ln x = \ln 25$$

(ङ) $x \neq 0$ के सभी मानों हेतु y को x के परोक्ष फलन (implicit function) के तौर पर $x^2 + xy - y^3 = 10$ से परिभाषित किया जाता है। इस फलन के आरेख की x -अक्ष समानान्तर स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए। x व y के मानों पर लगाए जाने वाले अतिरिक्त प्रतिबन्धों (यदि कोई हैं तो) का भी उल्लेख कीजिए।

Answer any three of the following :

$$3 \times 5 = 15$$

(a) Examine the convergence of the following series and find the sums when they exist :

$$(i) \quad 1 + \frac{1}{1+x} + \frac{1}{(1+x)^2} + \dots$$

$$(ii) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1+n}{3n-2} \right]$$

(b) Evaluate the following limits :

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} \right)$$

(c) Locate the point(s) of discontinuity of the following function :

$$f(x) = \frac{x+1}{2x^2 - 3x + 1}$$

Can the function be redefined such that it becomes continuous for all $x \in \mathbf{R}$?

(d) (i) Show that $f(x) = -3 + \frac{2}{x}$ has at least one root.

(ii) Verify if the mean value theorem holds for $y = |x - 3|$ for $x \in (-\infty, 0)$.

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिए :

(क) निम्नलिखित श्रृंखलाओं की अभिसरण (convergence) हेतु जाँच कीजिए व जहाँ ये योगफल विद्यमान हैं, इन्हें ज्ञात कीजिए :

$$(i) \quad 1 + \frac{1}{1+x} + \frac{1}{(1+x)^2} + \dots$$

$$(ii) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1+n}{3n-2} \right]$$

(ख) निम्नलिखित सीमाओं को ज्ञात कीजिए :

$$(i) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 9} - 3}{x^2}$$

$$(ii) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3}{x} + \frac{9}{x^2} \right)$$

(ग) निम्नलिखित फलन के असततता के बिन्दु(ओं) का पता लगाइए :

$$f(x) = \frac{x+1}{2x^2 - 3x + 1}$$

क्या यह फलन इस प्रकार से पुनर्परिभाषित किया जा सकता है कि यह प्रत्येक $x \in \mathbf{R}$ हेतु संतत हो ?

(घ) (i) दर्शाइए कि फलन $f(x) = -3 + \frac{2}{x}$ कम से कम एक मूल है।

(ii) $x \in (-\infty, 0)$ में फलन $y = |x - 3|$ हेतु माध्य मान प्रमेय (Mean Value Theorem) लागू होती है, इसको सत्यापित कीजिए।

4. Answer any three of the following : $3 \times 5 = 15$

(a) Suppose an amount of ₹ P is invested at rate of interest r 100% for m years and interest is compounded n times a year.

(i) Find the amount after m years.

(ii) Find the annual rate R 100% which gives the same amount as in (i) if interest is compounded continuously.

(iii) Is R 100% greater than r 100%? Why or why not?

(b) (i) If $y = \frac{u}{v}$ where $u = u(t)$ and $v = v(t)$ where t is time, express the rate of growth of y (r_y) in terms of the rate of growth of u (r_u) and rate of growth of v (r_v).

(ii) If population grows according to the function $P = P_0(2)^{at}$ and consumption by function $C = C_0 e^{bt}$, find the rate of growth of per capita consumption.

(c) Suppose you own a parcel of land whose value t years from now is $V(t) = 300e^{\sqrt{3}t}$. If the prevailing rate of interest is 10% compounded continuously, when will be the most advantageous time to sell the land. Interpret the first order and second order conditions for maxima.

(d) (i) Evaluate : $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 \sqrt[3]{7x-14}}{(1+x^2)^4} \right)$

(ii) If $x^4 + y^4 = 16$, prove that : $y'' = \frac{-48x^2}{y^7}$

(10)

983

4. निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिए :

(क) मान लीजिए कि ₹ P की एक राशि को $r100\%$ की ब्याज दर, जो कि प्रतिवर्ष n बार चक्रवृद्धि आधार पर दी जाती है, पर m वर्षों हेतु निवेशित की जाती है।

(i) m वर्षों बाद राशि की गणना कीजिए।

(ii) ऐसी वार्षिक ब्याज दर $R100\%$ की गणना कीजिए जो कि उतनी ही राशि आपको देती है जितनी कि आपने भाग (i) में प्राप्त की है, यदि ब्याज को सतत चक्रवृद्धि आधार पर जोड़ा जाए।

(iii) क्या $R100\%$ से $r100\%$ बड़ा है ? क्यों या क्यों नहीं ?

(ख) (i) यदि $y = \frac{u}{v}$ जहाँ $u = u(t)$, $v = v(t)$ तथा t समय है, तो y की वृद्धि दर (r_y) को u की वृद्धि दर (r_u) व v की वृद्धि दर (r_v) के पदों में व्यक्त कीजिए।

(ii) यदि जनसंख्या में वृद्धि, फलन $P = P_0(2)^{at}$ के अनुसार होती है तथा उपभोग में फलन $C = C_0e^{bt}$ के अनुसार, तो प्रति व्यक्ति उपभोग की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

(ग) मान लीजिए आपके पास एक भूखण्ड है जिसकी कीमत आज से t वर्ष पश्चात् $V(t) = 300e^{\sqrt{t}}$ होगी। यदि प्रचलित ब्याज दर 10% है जिसे सतत चक्रवृद्धि आधार पर जोड़ा जाता है, तो इस भूखण्ड को बेचने का सर्वाधिक लाभकारी समय कौन-सा होगा ? उच्चिष्ठ हेतु प्रथम व द्वितीय क्रम की शर्तों की व्याख्या कीजिए।

(घ) (i) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 \sqrt[3]{7x-14}}{(1+x^2)^4} \right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ii) यदि $x^4 + y^4 = 16$ तो सिद्ध कीजिए कि $y'' = \frac{-48x^2}{y^7}$ ।

5. Answer any three of the following : 3×5 = 15

(a) Find the absolute maximum and minimum values of $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 2$ on $[0, 2]$ and determine where these values occur.

(b) (i) If ' a ' and ' b ' are positive numbers, find the maximum and minimum value of $f(x) = x^a(1-x)^b$ in $[0, 1]$.

(ii) Show that the curve $y = ax^3 + bx^2 + cx$ has the inflection point at its stationary point if $b^2 = 3ac$. Does the function change from concave to convex or convex to concave ?

P.T.O.

(12)

983

- (c) Find the absolute maximum and minimum for the following function. Does the Extreme Value Theorem (EVT) apply? Graph $f(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & x < 2 \\ -x^2+3x & x \geq 2 \end{cases}$$

$$x \in [-1, 4]$$

- (d) Find the intervals on which function is concave and/or convex for the following functions :

(i) $\sqrt[3]{x^2+x+1}$

(ii) $(x^{2/3} - 1)^2$

निम्नलिखित में से किन्हीं तीन के उत्तर दीजिए :

- (क) $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 24x + 2$ के $[0, 2]$ में निरपेक्ष उच्चतम व निम्नतम मानों को ज्ञात कीजिए व ये मान कहाँ प्राप्त होते हैं, निर्धारित कीजिए।

- (ख) (i) यदि 'a' व 'b' धनात्मक संख्याएँ हैं तो $[0, 1]$ में $f(x) = x^a(1-x)^b$ के उच्चतम व न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

- (ii) दर्शाइए कि वक्र $y = ax^3 + bx^2 + cx$ का स्थिर बिन्दु एक मोड़ बिन्दु होगा यदि $b^2 = 3ac$ । यह फलन अवतल से उत्तल होता है या उत्तल से अवतल ?

- (ग) निम्नलिखित फलन हेतु निरपेक्ष उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ ज्ञात कीजिए। क्या चरम मान प्रमेय लागू होती है ? $f(x)$ का आरेख बनाइए।

$$f(x) = \begin{cases} x-2 & x < 2 \\ -x^2+3x & x \geq 2 \end{cases}$$

$$x \in [-1, 4]$$

- (घ) निम्नलिखित फलनों हेतु वे अन्तराल ज्ञात कीजिए जहाँ ये अवतल व/या उत्तल हैं :

(i) $\sqrt[3]{x^2+x+1}$

(ii) $(x^{2/3} - 1)^2$

6. Answer all the questions :

2×3 = 6

- (a) (i) Find antiderivative of $|2t - 4|$.

(ii) Compute derivative of $G(x) = \int_1^{x^2} (t^2 - 3t) dt$

Or

Calculate the area bounded by the curves $f(x) = 2 - x^2$ and $g(x) = x$.

- (b) Find the solution(s) of the following difference equations. If equilibrium exists, is the time path convergent/divergent and oscillatory/non-oscillatory ?

P.T.O.

(14)

983

(i) $5x_t + 3x_{t-1} + 2 = 3x_t; x_0 = -1$

(ii) $4x_t - 16 = 4x_{t-1}; x_0 = 2$

Or

Suppose y_t denotes fish population in a pond at time t .
If the dynamic behaviour of the fish population is governed
by the difference equation :

$$y_t = ay_{t-1} + 10$$

Find the steady state number of fish y^* and sketch a graph
of y_t for $a = 0.5$, where the initial value $y_0 < y^*$.

सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(क) (i) $|2t - 4|$ का प्रति-अवकलज ज्ञात कीजिए।

(ii) $G(x) = \int_1^{x^2} (t^2 - 3t) dt$ का अवकलज ज्ञात कीजिए।

अथवा

वक्रों $f(x) = 2 - x^2$ व $g(x) = x$ द्वारा परिवद्ध क्षेत्र का
क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ख) निम्नलिखित अन्तर समीकरणों के हल (हलों) को ज्ञात
कीजिए। यदि साम्यावस्था विद्यमान है तो बताइए कि
समय-पथ अभिसारी या अपसारी तथा दोलनशील या
अदोलनशील है ?

(i) $5x_t + 3x_{t-1} + 2 = 3x_t; x_0 = -1$

(ii) $4x_t - 16 = 4x_{t-1}; x_0 = 2$

अथवा

मान लीजिए कि किसी तालाब में समय t पर मछलियों
की आबादी y_t है। यदि मछलियों की आबादी का गत्यात्मक
व्यवहार समीकरण $y_t = ay_{t-1} + 10$ के अनुसार है, तो स्थायी
अवस्था में मछलियों की संख्या y^* ज्ञात कीजिए तथा
 $a = 0.5$ हेतु y_t का आरेख बनाइए। जहाँ प्रारंभिक मान
 $y_0 < y^*$ है।